MEDIDAS DE DESIGUALDAD CON UN EJEMPLO APLICADO EN CHILE

ALFREDO SANCHEZ M.

Una medida de desigualdad puede definirse como una suma de indicadores cuantitativos que pretenden mostrar una distribución diferente a partir de una distribución conocida. Las medidas de desigualdad constituyen un tema esencial en las ciencias sociales. Las desigualdades existen entre individuos y grupos; una colectividad es un conjunto de personas o unidades agrupadas por clases, raza, credo o localización geográfica. Existen numerosas medidas de desigualdad que describen y explican las desigualdades tanto entre individuos como de grupos. Cuando se estudia la población total de una colectividad es posible aplicar medidas acumulativas de desigualdad. En los estudios regionales, las desigualdades locales se consideran siempre como unidades espaciales, en consecuencia son tratadas como una forma de colectividad o grupo. Las distintas formas de medir desigualdades entre grupos serán tratadas con mayor extensión pues constituyen la base para los estudios regionales en estas materias.

Cada unidad espacial tiene un sólo valor para representar la distribución de cualquier variables a través de la población total. Este valor puede ser el valor promedio (la suma de todos los valores individuales divididos por el número de individuos incluidos en la variable. Es importante llegar a comprender, como la existencia de medidas de desigualdad individual constituyen una parte vital de cualquier estudio de desigualdades y son, a la vez la base de otras mediciones posteriores.

Una desigualdad individual puede expresarse como la diferencia absoluta que existe entre dos personas. Por ejemplo: cuánto dinero tiene (a) en el banco como opuesto al dinero que (b) tiene depositado en el banco. Esta relación puede expresarse como:

$$a_j - b_j = \text{la diferencia}$$

donde j representa la variable particular que se esta midiendo, si (a) fuera la persona más rica de una población total de N habitantes y (b) el más pobre, podríamos expresar esta situación matemáticamente como:

$$a_{max_j} - b_{min_j} = \text{rango ó diferencia máxima}$$

La diferencia entre estas dos personas expresan el rango total para una población de N habitantes, el resto de la población se ubica en algun lugar entre (a) y (b).

La relación entre (a) y (b) puede también expresarse como una razón

$$\frac{a_j}{b_j} = \text{razón ó proposición de ventaja}$$

Similarmente: $$\frac{a_{max_j}}{b_{min_j}} = \text{proposición máxima o mínima}$$

Cuando nuestra preocupación es el análisis de toda una población N, representada por varias unidades espaciales desde 1 a N, donde i representa el valor para cada unidad espacial 1, 2, 3, . . . , N, existen numerosas medidas acumulativas de desigualdad que pueden utilizarse, en relación a un estudio de la población total. Cada población tendrá un valor esperado $\bar{v}$ que representará una igualdad absoluta, este valor esperado es el valor sobre el cual se basa toda la comparación y representa la igualdad aritmética donde cada individuo tiene el mismo promedio de valores. Si $\bar{v}$ es el valor esperado de una población total de N y v es la variable en estudio, podemos expresarlo matemáticamente esta relación, de la siguiente forma:

$$\bar{v} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} v_i$$

El mayor inconveniente de tomar $\bar{v}$ como el valor estandard, es que este valor varía a través del tiempo. Muchas de las medidas de desigualdad que a continuación analizaremos, están conectadas al valor de $\bar{v}$. El elemento básico de muchas definiciones matemáticas de desigualdad es que el valor de v_i no es igual a $\bar{v}$ y se expresa sencillamente como:

$$v_i \neq \bar{v}$$

Cuando la igualdad aritmética es la normal, entenderemos como desigualdad a cualquier desviación de dicha normal. La varianza es también una medida de desigualdad usada para expresar las desviaciones que a partir de la normal pueden producirse en una población.

1. La Varianza

Es la primera medida de desigualdad que analizaremos, el cálculo de la varianza se realiza para medir la distancia entre el valor v_i de cada variable individual para una unidad espacial y el valor medio de la variable $\bar{v}$. La distancia se eleva al cuadrado, las diferencias se suman para obtener la suma de los cuadrados. La suma de los cuadrados se divide por el número total de la población y se obtiene al promedio o varianza. Este valor se representa como:

$$v = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (v_i - \bar{v})^2$$

Con los cuadrados de la diferencia entre $(v_i - \bar{v})$ resolvemos el problema de los signos negativos y positivos. La principal dificultad del cálculo de la varianza, es que doblando la media pueden resultar hasta cuatro valores de v dejando la distribución exactamente igual. Los valores usados para calcular la varianza pueden usarse también para obtener una descripción gráfica de la distribución de las variables, sin embargo, la población (los habitantes) no son tomados en cuenta en la distribución. En este caso N, representa el número total de individuos o unidades espaciales y no el número total de habitantes.

Estandarización

La estandarización de cualquier medida de desigualdad se realiza para ajustar cualquier medición en términos de unidades homogéneas. A través de la estandarización, una medida proporciona los resultados que permiten compararlos con otros, que han sido también estandarizados. Una distribución de variables pueden compararse cuando todas las medidas de desigualdad estan estandarizadas. La media $(\bar{v})$ de igualdad aritmética proporciona cualquier tipo de distribución con una perfecta igualdad. En consecuencia, para comprobar diferencias de cualquier distribución de datos, basta solamente con estandarizar las diferencias, dividiendo la diferencia por su media respectiva. Simbólicamente se expresa:

$$\frac{v_i - \bar{v}}{\bar{v}} = \frac{v_i}{\bar{v}} - 1$$

2. Desviación Estandard

La desviación estandard es también una forma de estandarización de la varianza medida. La desviación estandard es la raíz cuadrada de la varianza y se expresa de la forma:

$$D.E = V$$

El coeficiente de variación es ahora otra forma de varianza estandarizada. Este coeficiente es el resultado de la raíz cuadrada de la varianza dividida por la media. Se expresa matemáticamente como:

$$C = \frac{V}{\bar{v}}$$

Cuando se usan los valores logarítmicos de todas las v_i para el cálculo de varianza, se obtiene entonces como resultado una varianza estandarizada.

3. Desviación Media

La medida definida como desviación media se basa en la desviación de v_i desde la media de todas las desviaciones sin tomar en cuenta los signos positivos o negativos. A partir de la media todas las desviaciones positivas anulan las desviaciones negativas obteniéndose en ese caso como respuesta 0. En consecuencia el signo se omite. Tal como señalamos anteriormente el cuadrado de todas las desviaciones elimina el problema del signo. La desviación media se expresa como:

$$D.M. = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |v_i - \bar{v}|$$

La barra vertical se refiere a la diferencia de los valores absolutos entre $v_i - \bar{v}$. Esta medida no es una medida estandarizada y puede afectar en parte los resultados, luego es posible estandarizarla dividiendo la desviación media por la suma de todos los individuos ó la suma de todos los valores de las unidades espaciales. Esto da una medida conocida como Desviación Media Acumulada, que se expresa:

$$DMA_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} |v_i - \bar{v}|}{\sum_{i=1}^{N} v_i}$$

El mismo resultado fue obtenido por Alker (1970) dividiendo la desviación media por la media ($\bar{v}$), en consecuencia:

$$DMA_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} |v_i - \bar{v}\ |}{\sum_{i=1}^{N}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{|v_i - \bar{v}|}{\bar{v}} = DMA_2$$

La medida conocida como Desviación Media Relativa es muy similar a la desviación media normalizada. Esto es, porque la identidad entre la estandarizada $(v_i - \bar{v})/\bar{v}$ y $(v_i/\bar{v}) - 1$ dan básicamente el mismo coeficiente. La desviación media relativa se expresa como:

$$DMR = \frac{1}{N} \sum_{i-1}^{N} \left| \frac{v_i}{\bar{v}} - 1 \right|$$

En consecuencia volviendo a

$$DMA_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} |v_i - \bar{v}\ |}{\sum_{i=1}^{N} v_i} = DMA_2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |v_i - \bar{v}\ |}{v} = DMR = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{v_i}{\bar{v}} - 1 \right|$$

La desviación media relativa es el resultado de la suma de la región ó proporción de ventaja $(v_i/\bar{v})$ sin tomar en cuenta al signo.

4. El coeficiente de desigualdad de Schutz

Se basa en la suma total de las proporciones de ventaja. Sin embargo, el coeficiente de Schutz es el producto de la suma de la proporción o razón de ventaja sobre o bajo la media, pero no en ambos.

Esta medida puede expresarse como:

$$\text{Coeficiente de Schutz} = \sum_{v_i > \bar{v}} \left(\frac{v_i}{\bar{v}} - 1\right)\frac{1}{N} = \sum_{v_i < \bar{v}} \left(\frac{1 - v_i}{}\right)\frac{1}{N}$$

Consecuentemente la desviación media relativa y la desviación media normalizada dan exactamente el mismo resultado.

5. Curva de Lorenz

La curva de Lorenz es la expresión geométrica del valor acumulativo de la distribución de una población y una variable. Contrariamente al uso común de la curva de Lorenz, en este documento el programa de computación usado nos entrega la razón o proporción de ventaja de la variable para la población (densidad) ordenada de mayor o menor. Así el porcentaje más discriminante de la población forman el último punto (localizado en el ángulo superior derecho del gráfico de la curva de Lorenz), y como tradicionalmente se considera, tomando como los valores en el punto de partida (ángulo inferior izquierdo).

Este método fue adaptado pensando que los elementos más favorables de la población son aquellos que más aportan al proceso de desarrollo. En consecuencia, la curva de Lorenz usada en este trabajo, representa el porcentaje total de la variable de acuerdo con los menores porcentajes decrecientes de la población. Para una mejor comprensión, ver el gráfico 1. De acuerdo con la figura 1, la línea de absoluta igualdad es la diagonal. La igualdad completa se produce donde el mismo porcentaje de la población del eje vertical mantiene el mismo porcentaje de la variable v, sobre el eje horizontal. Si todos los valores de v_i son iguales a los de $\bar{v}$, la curva de Lorenz sería igual a la línea de completa igualdad. La línea de la curva de Lorenz se obtiene dividiendo la vertical levantada sobre la correspondiente distancia horizontal. En la figura 1, aparecen dos puntos los cuales fueron considerados solamente con fines metodológicos. Uno de ellos mide una parte del coeficiente de igualdad, esta parte del coeficiente de igualdad (S) corresponde al punto en que (S) pasa de 1. S se localiza, en la curva de Lorenz donde la tangente de la curva es paralela al ángulo de 45° de la línea de completa igualdad. Cualquiera de los puntos a la izquierda de S y a lo largo del eje horizontal representan el porcentaje de la variable que más se ajusta a la parte (de igualdad) de la población. En la Figura 1, el 25% de la población tiene sólo el 70% de la variable v. Este 25% de la población se considera como el porcentaje de población más favorecida o superprivilegiada. El mayor valor del coeficiente de igualdad, localizado a la derecha sobre la posición del eje horizontal representa la parte menos favorecida de la sociedad.

El otro punto de referencia que aparece indicado en el gráfico 1, corresponde a M, es el número mínimo de población requerido para predominar sobre la mayoría de la variable v. M representa, en este caso, un 10% de la población que contiene un 50% de la variable v. La Figura 2a y 2b resaltan los dos extremos de la distribución espacial de la desigualdad. La Figura 2a muestra un ejemplo en que existe muy poca desigualdad en la distribución, en cambio la Figura 2b, representa un ejemplo inverso, en que la desigualdad en la distribución de la variable de una población es extrema.

6. Coeficiente de Gini

La medida de desigualdad más conocida y unida a la curva de Lorenz es el coeficiente de concentración de Gini, llamado también Coeficiente de Desigualdad de Gini. Aunque no es la única medida de desigualdad basada a la curva de Lorenz, Hammond and Mc Cullagh (1978) desarrollaron también medidas de desigualdad basadas en la curva de Lorenz, pero su índice de concentración es ligeramente diferente (a partir del coeficiente de Gini) pero es, de alguna manera más útil. La Figura 3, nos muestra como Hammond y Mc Cullagh establecieron la fórmula de la medida de desigualdad, la cual se expresa:

$$1 = \frac{C - 550}{1000-550} = \frac{C - 550}{450}$$

C es la curva de los 10 valores en que se divide el eje vertical. A partir de los 10 valores de C se determinan también los 10 puntos divisorios del eje horizontal, la línea dibujada verticalmente a partir de los puntos corta la curva de Lorenz en L_1, L_2, L_3, . . . , L_{10}. Desde los puntos L_1, L_2, L_3, . . . , L_{10} se proyectan los puntos C_1, C_2, C_3, . . . , C_{10} sobre el eje vertical y representan los valores de C empleados en el uso de la fórmula. Este índice de concentración tiene una escala que va de 0 a 1. De acuerdo con la fórmula, el total de 550 representa el valor de C en el caso que la curva de Lorenz fuera la línea de igualdad, mientras que 1000 representa el valor que toma C para los valores x e y en la curva de Lorenz, así $C_1 = C_2 = C_{10}$. Recuerde que la población esta representada por el eje horizontal.

Existe también otra forma de índice de concentración donde se calculan los porcentajes de la población y de la variable en cada unidad espacial. El porcentaje de la variable se divide en este caso por el porcentaje de la población. El resultado se multiplica por 100 en cada uno de los casos, la respuesta es el índice de presencia para cada área. A continuación, todas las variaciones absolutas de 100 se suman y dividen por el número total de N unidades espaciales obteniéndose de esta manera el índice deconcentración. A mayor índice mayor es la localización de la variable.

Como ya indicamos anteriormente, la medida de desigualdad más usada y que va asociada a la curva de Lorenz es el coeficiente de desigualdad de Gini. El área comprendida entre la línea de completa igualdad y la curva de Lorenz se conoce como el área de desigualdad, ver Figura 4. El área de desigualdad en la Figura 4, nos muestra como la curva de Lorenz o la distribución de la variable v, varían según la diferencia de población a partir de una distribución de igualdad absoluta. El coeficiente de Gini expresa el área comprendida entre la curva de Lorenz y la línea de igualdad. El coeficiente puede expresarse matemáticamente como:

$$G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - y_i)$$

donde x_i e y_i son las coordenadas de los ejes horizontal y vertical del gráfico de la curva de Lorenz, x representa la variable e y la población en estudio.
A mayor valor de Gini mayor es la desigualdad.

El coeficiente de Gini puede expresarse también como:

$$G = 2 \sum_{i=1}^{N} (x_i - y_i)\ \Delta x_i$$

En este caso el coeficiente de Gini se calcula por el método del trapecio. El área de desigualdad se calcula como la suma de los rectángulos cuya altura es $x_i - y_i$ y el amcho Δx_i. El valor de Gini es el área de desigualdad sobre 5000, siendo 5000 el área del triángulo.

Existen también otras medidas de desigualdad asociadas con la distribución del ingreso, que no han sido consideradas en este documento, sin embargo el estudio de las medidas de desigualdad y sus propiedades constituyen un cuerpo propio que no está en los fines del presente artículo.

Un ejemplo de la distribución espacial de las desigualdades de dos variables, una económica y otra social, fueron analizadas para las 25 provincias de Chile, usando la curva de Lorenz y el coeficiente de concentración de Gini. La Tabla 1, muestra el coeficiente de Gini para los datos censales de 1940, 1952, 1960 y 1970.

TABLA 1

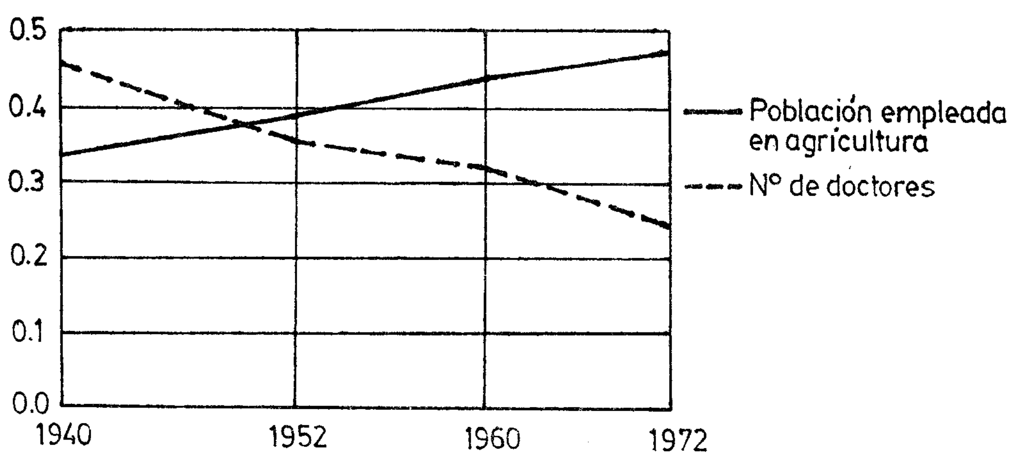
Resultados del cálculo del Coeficiente de Gini

	1940	1952	1960	1970
a) Población activa empleada en Agricultura	0.346	0.387	0.410	0.457
b) Número de doctores	0.430	0.378	0.352	0.280

De acuerdo a los valores de la Tabla 1, podemos establecer dos situaciones con respecto a las variables consideradas en nuestro ejemplo. Los valores de Gini para el caso de la población activa empleada en agricultura aumentan en el tiempo, por lo cual podemos afirmar, que existe una clara tendencia a una mayor concentración de esta actividad en aquellas provincias consideradas tradicionalmente como agrícolas. Por otra parte, los valores del índice de Gini en el caso del número de doctores, decrece a través de cada período observado, lo que muestra una mayor tendencia a la igualdad en la distribución espacial del número de doctores por provincias entre 1940 a 1970.

La Figura 5, representa en forma gráfica la misma situación para los períodos de tiempo observados.

Figura N° 5.- Coeficiente de concentración de Gini entre 1940 a 1970.



Los datos de ambas variables aparecen en la Tabla 2, para cada uno de los períodos considerados en nuestro ejemplo. Estos fueron usados para aplicar un programa de computación que entrega los valores para graficar la curva de Lorenz y el coeficiente de concentración de Gini tal como señalamos, a manera de ejemplo, en la Figura 3.

Las Tablas 3 y 4 nos muestran la posición que toman cada una de las 25 provincias de Chile, de acuerdo al número de doctores y el porcentaje de la población total y las Tablas 5 y 6, la población dedicada a las actividades agrícolas como porcentaje del total de la población activa del país. Estos valores acumulativos aparecen indicados para los cuatro períodos censales a partir de los cuales se obtuvo la información. Si observamos la Tabla 3, para 1940, vemos que la provincia de Santiago tenía concentrada el 25,1% de la población total del país y el 58% del número total de doctores. Mientras que en el otro extremo de la Tabla, la provincia de Chiloé concentraba sólo un 2% de la población total de Chile y un 0,3% del número total de doctores. Esta situación varía muy poco para los períodos 1952, 1960 y 1970.

La Figura 6 representa la curva de Lorenz con respecto a la distribución del número de doctores por provincias en Chile para los años 1940, 1952, 1960 y 1970. De acuerdo al gráfico, vemos claramente que la tendencia a la igualdad se manifiesta a través del tiempo con el acercamiento de la curva de Lorenz a la diagonal, que representa la igualdad absoluta. Con respecto a la posición de cada una de las provincias en la curva de Lorenz, observamos que la provincia de Santiago aparece concentrando el mayor porcentaje de la población total y también concentra el más alto porcentaje de doctores del país. Esta situación se mantiene para los períodos 1952, 1960 y 1970.

De igual forma las Tablas 5 y 6 representan los valores porcentuales de la población activa de Chile dedicada a las actividades agrícolas para los períodos comprendidos entre 1940 a 1970. De acuerdo con la Tabla 5, la provincia de Chiloé concentrada en 1940, el 18% del total de la población activa de Chile y un 4% de dicha población estaba dedicada a las actividades agrícolas. Mientras que la nortina provincia de Antofagasta con un 3% del total de población empleada sólo un 0,3% se concentraba en las actividades agrícolas. Esta situación se mantiene para 1952 (ver Tabla 5), produciéndose leves cambios en 1960 y 1970 (ver Tabla 6), especialmente en aquellas provincias que incrementaron sus actividades agrícolas, como es el caso de la provincia de Maule en 1960 y Linares en 1970.

La Figura 7, representa la curva de Lorenz con la distribución de la población a las labores agrícolas en Chile desde 1940 a 1970. En este caso, la situación es completamente diferente a la observada en la variable anterior. Aquí la curva de Lorenz nos indica una clara tendencia al incremento de las actividades agrícolas en aquellas provincias consideradas tradicionalmente como las zonas rurales del país. La diferencia que muestra la curva de Lorenz entre 1940, donde se encuentra más próxima a la diagonal, mientras en 1970 la tendencia de la curva es hacia la concentración de esta actividad en las provincias agrícolas del centro y sur del país.

TABLA 2

		Número de doctores				Población activa empleada en agricultura en miles			
		1940	1952	1960	1970	1940	1952	1960	1970
1.	Tarapacá	35	30	39	42	5	5	6	7
2.	Antofagasta	57	64	81	127	2	2	2	2
3.	Atacama	27	17	33	39	5	4	5	4
4.	Coquimbo	53	49	58	96	32	31	32	23
5.	Aconcagua	39	41	39	51	19	20	20	16
6.	Valparaíso	306	348	494	424	22	25	26	21
7.	Santiago	1.571	1.403	2.165	2.536	67	70	72	60
8.	O'Higgins	45	59	71	122	36	39	38	33
9.	Colchagua	21	19	22	39	29	31	30	25
10.	Curicó	19	19	24	36	17	17	18	16
11.	Talca	39	33	53	61	31	30	32	29
12.	Maule	11	9	14	10	13	13	15	12
13.	Linares	25	22	35	34	28	30	31	28
14.	Ñuble	53	37	67	64	49	51	53	44
15.	Concepción	164	143	246	261	23	25	29	24
16.	Arauco	15	5	6	14	11	13	12	12
17.	Biobío	11	15	22	32	26	28	29	26
18.	Malleco	32	20	22	34	28	28	27	23
19.	Cautín	61	37	53	119	69	65	67	57
20.	Valdivia	46	40	57	84	34	37	36	32
21.	Osorno	14	27	38	43	20	22	21	20
22.	Llanquihue	22	17	35	28	22	27	25	26
23.	Chiloé	7	6	9	13	25	25	21	20
24.	Aysén	5	2	2	16	3	4	5	6
25.	Magallanes	29	23	39	58	4	5	5	6

TABLA 3

COORDENADAS DE LA CURVA DE LORENZ PARA EL NUMERO DE DOCTORES EN CHILE EN 1940 y 1952

1 9 4 0				1 9 5 2			
Número de cada provincia	Provincia	Número de doctores (en % acumulativos)	Población total (en % acumulativos)	Número de cada provincia	Provincia	Número de doctores (en % acumulativos)	Población total (en % acumulativos)
7	Santiago	58,0	25,1	7	Santiago	56,5	29,[illegible]
6	Valparaíso	69,3	33,6	6	Valparaíso	70,5	38,[illegible]
25	Magallanes	70,4	34,6	25	Magallanes	71,4	38,[illegible]
15	Concepción	76,5	40,7	2	Antofagasta	77,1	45,[illegible]
2	Antofagasta	78,6	43,6	15	Concepción	79,7	49,0
1	Tarapacá	79,9	45,7	5	Aconcagua	81,4	51,[illegible]
5	Aconcagua	81,3	48,0	1	Tarapacá	82,6	52,9
3	Atacama	82,3	49,7	8	O'Higgins	84,9	56,7
24	Aysén	82,5	50,0	21	Osorno	86,0	58,7
11	Talca	83,9	53,1	10	Curicó	86,8	60,2
20	Valdivia	85,6	57,0	3	Atacama	87,5	61,6
10	Curicó	86,3	58,6	11	Talca	88,8	64,5
16	Arauco	86,9	56,9	4	Coquimbo	90,8	68,9
8	O'Higgins	88,5	63,9	20	Valdivia	92,4	72,9
14	Ñuble	90,5	68,7	13	Linares	93,3	75,3
4	Coquimbo	92,5	73,6	14	Ñuble	94,8	79,6
18	Malleco	93,6	76,7	9	Colchagua	95,5	81,9
22	Llanquihue	94,5	79,0	18	Malleco	96,3	84,6
13	Linares	95,4	81,7	12	Maule	96,7	85,8
19	Cautín	97,6	89,2	22	Llanquihue	97,4	88,2
12	Maule	98,0	90,6	17	Biobío	98,0	90,5
9	Colchagua	98,8	93,3	19	Cautín	99,5	96,6
21	Osorno	99,3	95,4	24	Aysén	99,6	97,1
17	Biobío	99,7	98,0	16	Arauco	99,8	98,3
23	Chiloé	100,0	100,0	23	Chiloé	100,0	100,0

TABLA 4

COORDENADAS DE LA CURVA DE LORENZ PARA EL NUMERO DE DOCTORES EN CHILE EN 1960 y 1970

1 9 6 0				1 9 7 0			
Número de cada provincia	Provincia	Número de doctores (en % acumulativos)	Población total (en % acumulativos)	Número de cada provincia	Provincia	Número de doctores (en % acumulativos)	Población total (en % acumulativos)
7	Santiago	58,1	33,0	7	Santiago	58,0	36,4
6	Valparaíso	71,4	41,4	25	Magallanes	59,3	37,4
25	Magallanes	72,4	42,4	6	Valparaíso	69,0	45,7
15	Concepción	79,1	49,7	2	Antofagasta	71,9	48,5
2	Antofagasta	81,2	52,7	15	Concepción	77,8	55,8
1	Tarapacá	82,3	54,3	8	O'Higgins	80,5	59,2
3	Atacama	83,2	55,9	24	Aysén	80,9	59,8
5	Aconcagua	84,2	57,8	5	Aconcagua	82,1	61,6
8	O'Higgins	86,1	61,3	10	Curicó	82,9	62,9
21	Osorno	87,1	63,3	20	Valdivia	84,8	66,0
11	Talca	88,6	66,1	4	Coquimbo	87,0	69,8
14	Ñuble	90,4	69,9	19	Cautín	89,7	74,6
10	Curicó	91,0	71,4	21	Osorno	90,6	76,4
20	Valdivia	92,5	74,9	11	Talca	92,0	79,0
22	Llanquihue	93,5	77,2	3	Atacama	93,0	80,7
13	Linares	94,4	79,5	1	Tarapacá	93,9	82,7
4	Coquimbo	96,0	83,7	9	Colchagua	94,8	84,6
12	Maule	95,3	84,9	14	Ñuble	96,3	88,2
9	Colchagua	96,9	88,9	18	Malleco	97,0	90,2
19	Cautín	98,4	92,3	13	Linares	97,8	92,3
17	Biobío	99,0	94,6	17	Biobío	98,5	94,5
18	Malleco	99,5	96,9	16	Arauco	98,8	95,6
23	Chiloe	99,8	98,3	22	Llanquihue	99,5	97,8
16	Arauco	99,9	99,5	12	Maule	99,7	98,8
24	Aysén	100,0	100,0	23	Chiloé	100,0	100,0

TABLA 5

COORDENADAS DE LA CURVA DE LORENZ PARA LA POBLACION EMPLEADA EN AGRICULTURA EN CHILE EN 1940 Y 1952

1940				1952			
Número de cada provincia	Provincia	Población empleada en agricultura (en % acumulativo)	Total de población empleada	Número de cada provincia	Provincia	Población empleada en agricultura (en % acumulativo)	Total de población empleada
23	Chiloé	4,0	1,8	23	Chiloé	3,9	1,6
9	Colchagua	8,7	4,3	9	Colchagua	8,7	3,9
17	Biobío	12,9	6,6	17	Biobío	13,0	6,0
13	Linares	17,4	9,1	14	Ñuble	20,9	10,0
19	Cautín	28,5	15,5	13	Linares	25,5	12,4
14	Ñuble	36,5	20,0	22	Llanquihue	29,7	14,6
10	Curicó	39,2	21,7	19	Cautín	39,7	20,0
22	Llanquihue	42,7	23,8	18	Malleco	44,0	24,0
18	Malleco	47,3	26,5	12	Maule	46,1	23,5
12	Maule	49,4	27,8	16	Arauco	48,1	24,6
21	Osorno	52,6	29,9	10	Curicó	50,7	26,1
16	Arauco	54,4	31,0	21	Osorno	54,1	28,2
11	Talca	59,4	34,2	11	Talca	58,7	31,0
20	Valdivia	64,8	37,9	8	O'Higgins	64,8	34,7
8	O'Higgins	70,6	41,7	20	Valdivia	70,5	38,5
24	Aysén	71,1	42,1	5	Aconcagua	73,6	40,6
5	Aconcagua	74,2	44,3	24	Aysén	74,2	41,1
4	Coquimbo	79,4	48,7	4	Coquimbo	79,0	45,1
15	Concepción	83,1	54,8	25	Magallanes	79,8	46,2
25	Magallanes	83,7	56,0	15	Concepción	83,6	52,9
3	Atacama	84,5	57,8	3	Atacama	84,2	54,2
7	Santiago	95,3	85,3	6	Valparaíso	88,1	62,9
1	Tarapacá	96,1	87,5	1	Tarapacá	88,9	64,7
6	Valparaíso	99,7	97,0	7	Santiago	99,7	96,7
2	Antofagasta	100,0	100,0	2	Antofagasta	100,0	100,0

TABLA [illegible]

COORDENADAS DE LA CURVA DE LORENZ PARA LA POBLACION EMPLEADA EN AGRICULTURA EN CHILE EN 1960 Y 1970

	1960				1970			
Total de poblac. emplea... ulativo	Número de cada provincia	Provincia	Población empleada en agricultura (en % acumulativo)	Total de población empleada	Número de cada provincia	Provincia	Población empleada en agricultura (en % acumulativo)	Total de población empleada
1,[illegible]	23	Chiloé	3,2	1,3	23	Chiloé	3,5	1,3
3,[illegible]	12	Maule	5,5	2,3	9	Colchagua	7,9	3,0
6,[illegible]	9	Colchagua	10,0	4,3	13	Linares	12,8	5,0
10,[illegible]	14	Ñuble	18,1	8,0	12	Maule	14,9	5,9
12,[illegible]	13	Linares	22,8	10,3	14	Ñuble	22,6	9,2
14,[illegible]	19	Cautín	33,0	15,3	10	Curicó	25,3	10,5
20,[illegible]	17	Biobío	37,4	17,6	18	Malleco	29,4	12,2
24,[illegible]	10	Curicó	40,2	18,9	19	Cautín	39,3	16,7
23,[illegible]	18	Malleco	44,3	21,1	17	Biobío	43,9	18,7
24,[illegible]	11	Talca	49,2	23,8	22	Llanquihue	48,4	21,0
26,[illegible]	8	O'Higgins	54,9	27,2	16	Arauco	50,5	22,0
28,[illegible]	22	Llanquihue	58,8	29,4	11	Talca	55,6	[illegible]
31,[illegible]	16	Arauco	60,6	30,5	20	Valdivia	61,2	27,4
34,[illegible]	5	Aconcagua	63,6	32,4	21	Osorno	64,7	29,2
38,[illegible]	20	Valdivia	69,1	35,8	24	Aysén	65,7	29,8
40,[illegible]	21	Osorno	72,3	37,8	8	O'Higgins	71,5	33,3
41,[illegible]	24	Aysén	73,1	38,4	5	Aconcagua	74,3	35,2
45,[illegible]	4	Coquimbo	77,9	42,1	25	Magallanes	78,3	38,5
46,2	15	Concepción	82,3	48,9	4	Coquimbo	79,4	39,7
52,[illegible]	25	Magallanes	83,1	50,2	15	Concepción	83,6	46,4
54,2	1	Tarapacá	84,0	52,0	1	Tarapacá	84,8	48,5
62,[illegible]	6	Valparaíso	88,0	60,4	6	Valparaíso	88,5	56,7
64,7	3	Atacama	88,7	62,0	3	Atacama	89,2	58,4
96,7	7	Santiago	99,7	97,0	7	Santiago	99,7	97,[illegible]
100,[illegible]	2	Antofagasta	100,0	100,0	2	Antofagasta	100,0	100,0

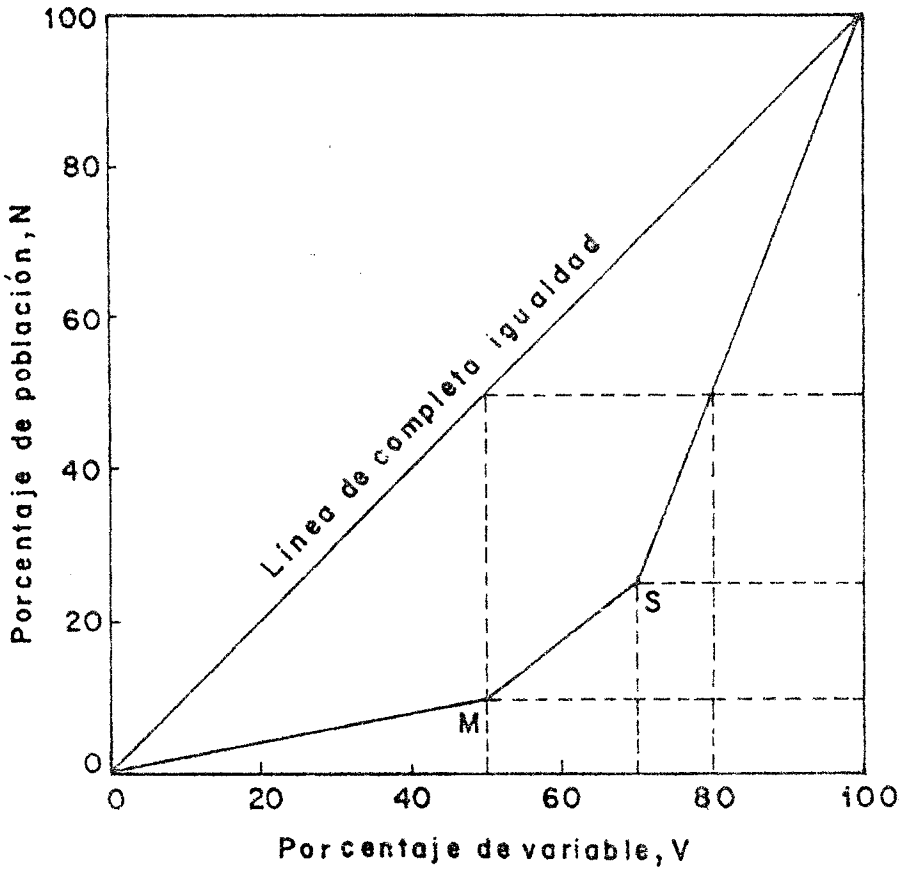


Figura 1._Curva de Lorenz

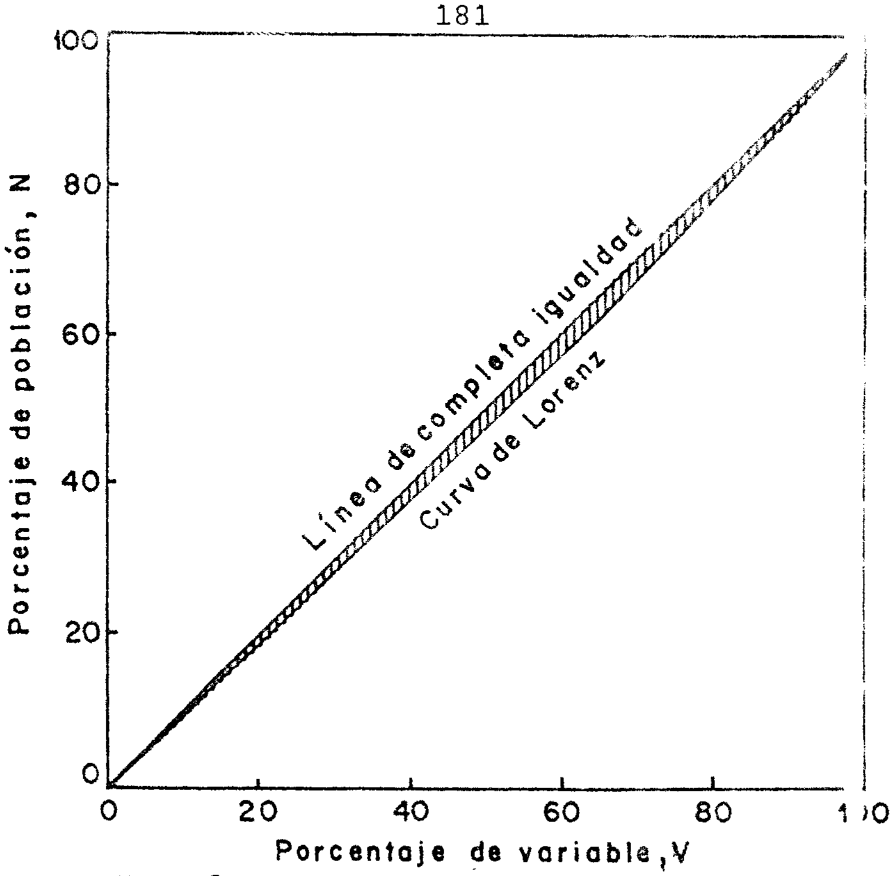


Figura 2a.. Curva de Lorenz con una tendencia a la igualdad.

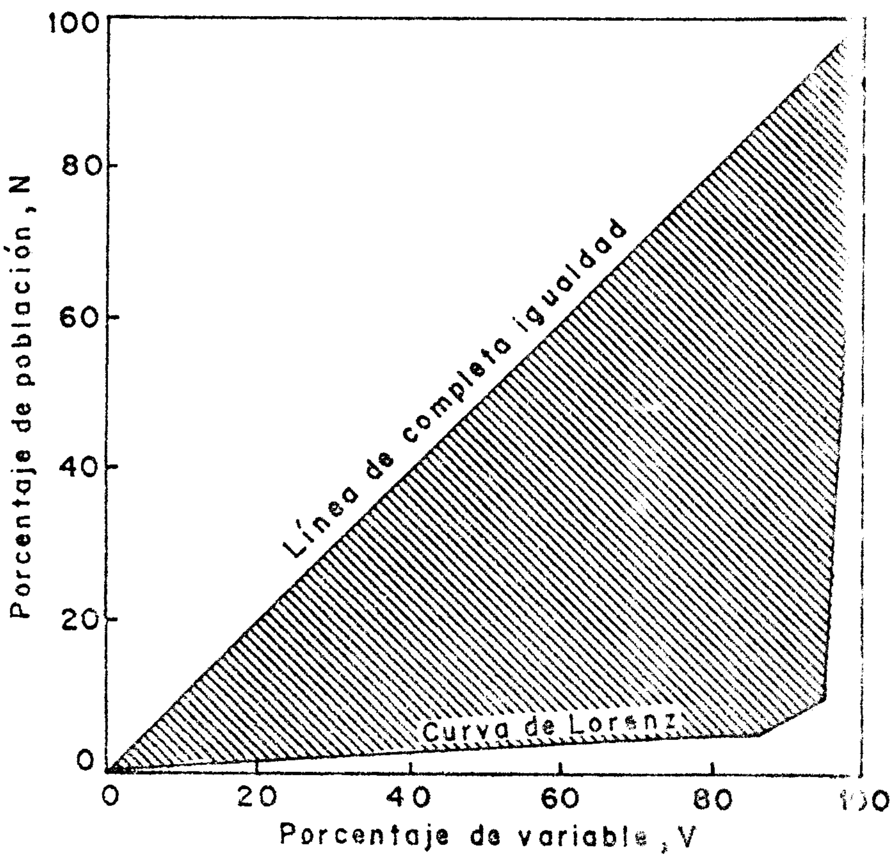


Figura 2b.. Curva de Lorenz con tendencia a una desigualdad extrema

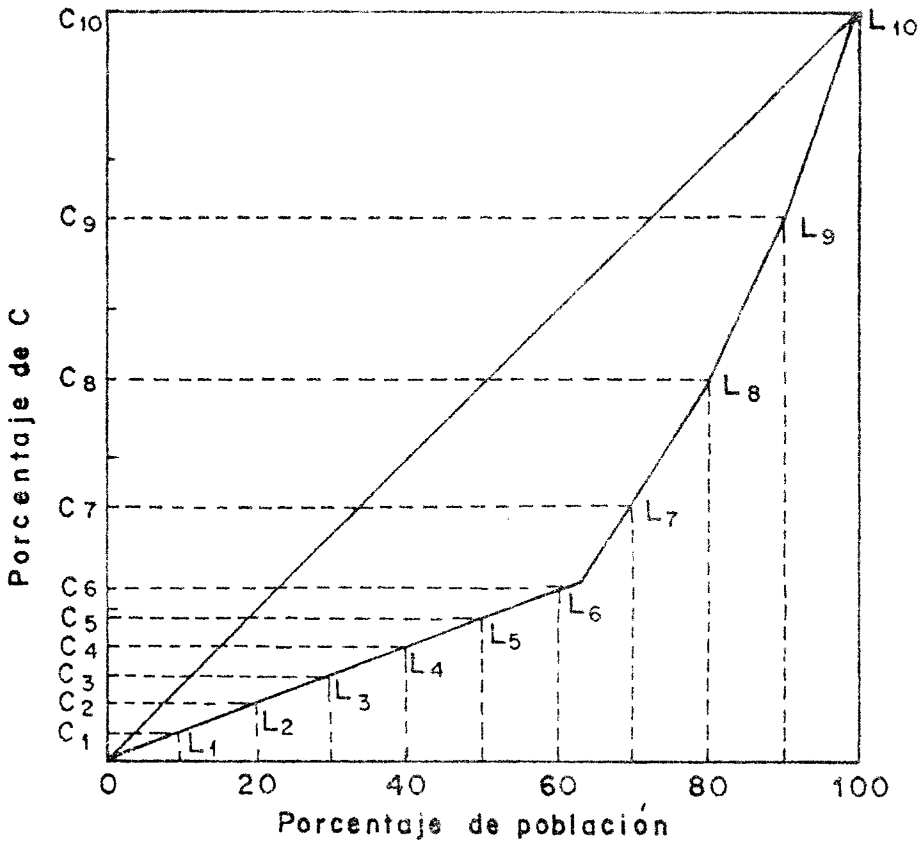


Figura 3.-La Curva de Lorenz y el cálculo del indice de concentración.

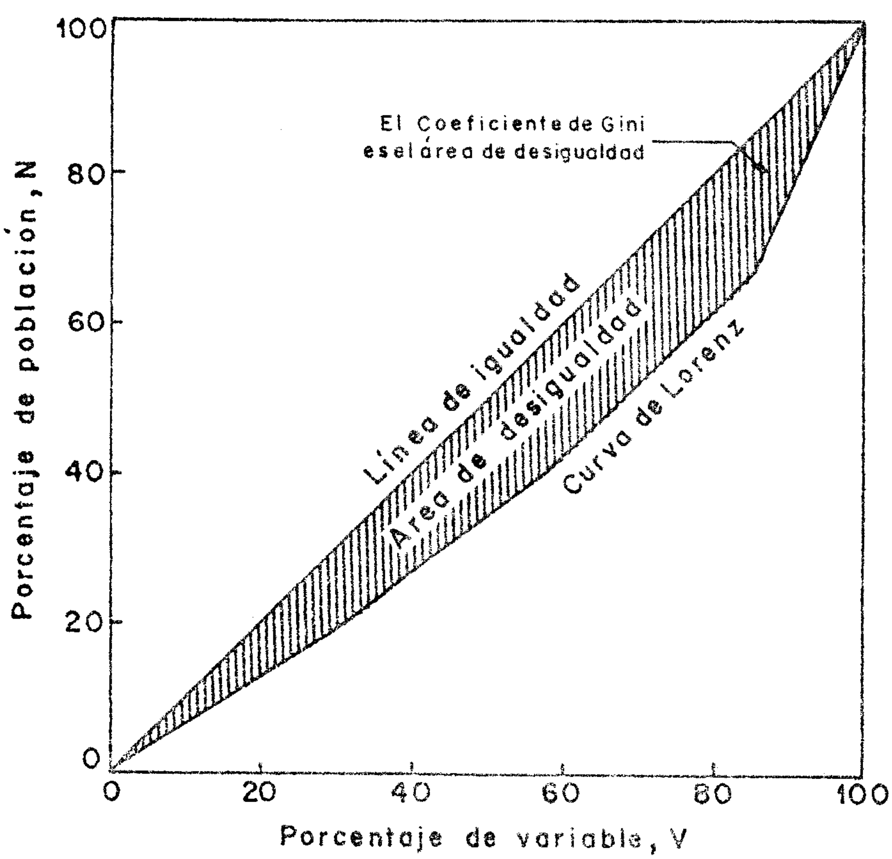


Figura 4.-La Curva de Lorenz y el área de desigualdad

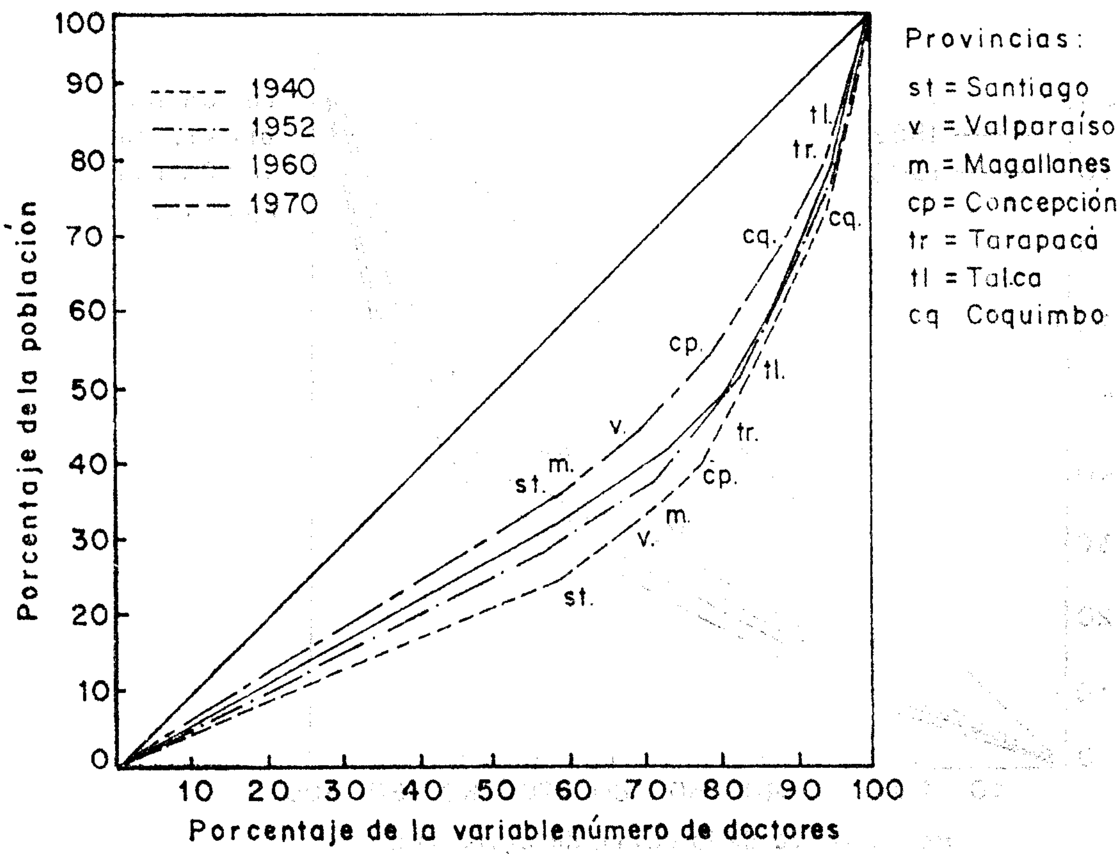


Figura 6 _ Curva de Lorenz del número de doctores en 1940, 1952, 1960 y 1970

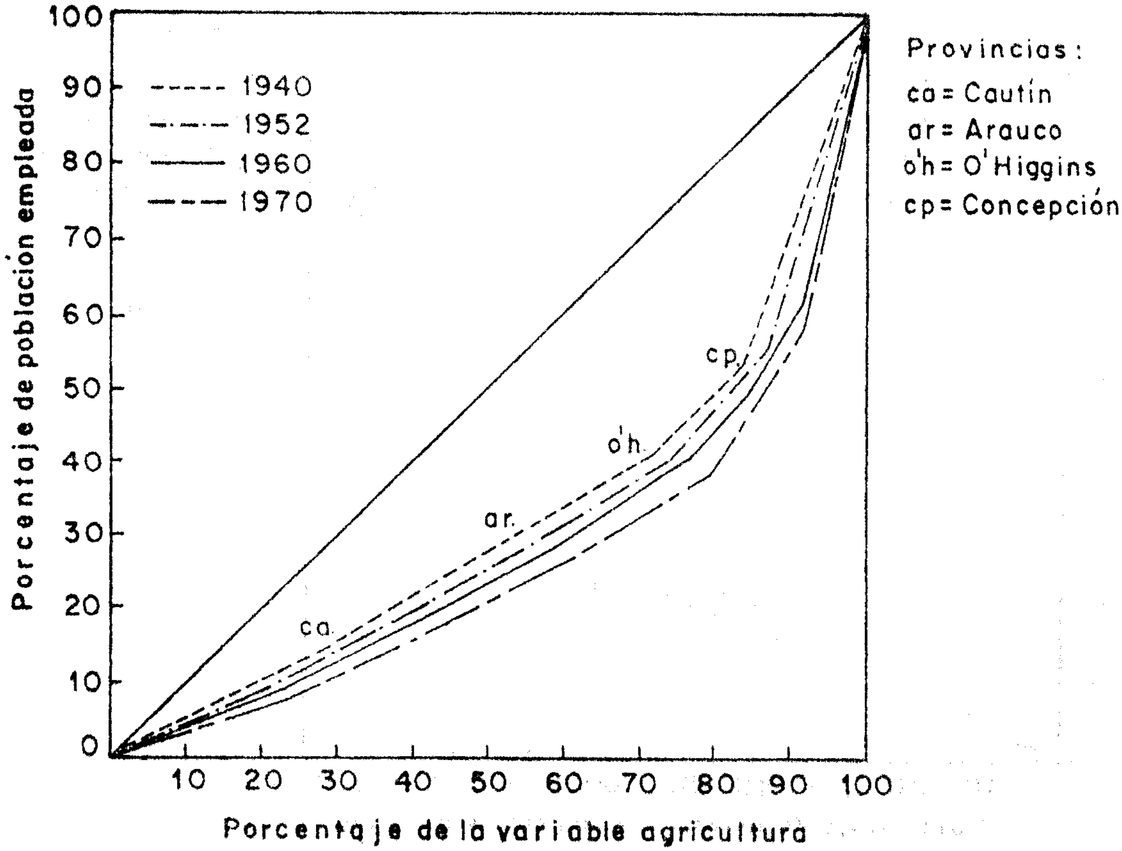


Figura 7.- Curva de Lorenz de la población empleada en agricultura en Chile en 1940, 1952, 1960 y 1970.

BIBLIOGRAFIA

ALKER, H.R.Jr. (1970): Measuring Inequality in: The Quantitative Analysis of Social Problems. Ed. E.R. Tufte, addison-Wesley, Reading Mass, pág. 121-225.

ATKINSON, A.B. (1970): On the measure of Inequality. Journal of Economics Theory, 2 pág. 244-263.

BAUER, R.J. Ed. (1966): Social Indicators. Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Massachusetts.

BRADSHAW, R. y ESTEBANEZ, J. (1978): Técnicas de Cuantificación en Geografía. T. Flores Editor, Madrid.

COATES, B.E., JOHNSTON, R.J. y KNOX, P.L. (1977): Geography and Inequality. Oxford University Press, Londres.

COLE, J.P. y HARRISON, M.E. (1978): Regional Inequality in Services and Purchasing Power in the USSR, 1940-1976. Occasional Paper N° 14, Department of Geography, Queen Mary College, University of London, Londres.

COLE, J.P. (1981): The Development Gap: A Spatial Analysis of World Poverty and Inequality. J. Wiley and Sons Ltd., Estados Unidos.

FIELDING, G. (1974): Geography in Social Science, Harper International Editor, New York, pág. 24-50.

HAMMOND y MC CULLAGH, P. (1978): Quantitative Techniques in Geography, An Introduction. Segunda Edición, Clarendon Press, Londres, pág. 219-246.

HARRISON, M.E. (1980): The Spatial Distribution of Social Inequality in Brazil at Regional and Local Levels. Ph. D. Thesis, University of Nottingham, October.

SANCHEZ, A. (1981): Regional Development in Chile from 1940 to 1970 and Future Prospects. M. Phil Thesis, University of Nottingham, Inglaterra, December.